|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Место занятия в расписании** | **Тема** | **Цели** | **Задачи** | **Контрольные вопросы и задания** | **Д/з** |
| Дата | 26.10.21 | **Основные понятия дифференциальных уравнений.** | Дидактическая | Определить дифференциальные уравнения и виды их решения, начать формирование умений и навыков решения простейших задач с дифференциальными уравнениями. | 1) Определить ДУ и их порядок.2) Определить решение ДУ и его виды.3) Начать формирование умений и навыков решения простейших задач с ДУ. | 1) Чем ДУ отличается от уравнений алгебры? Перечислите отличия. | Изучить и составить конспект, решить задание:**зная общее решение ДУ** **у = - + 2х + С и начальные условия** **(-3;-2), найти частное решение ДУ.** |
| Группа | 1СТМ | Развивающая | Развивать логическое и аналитическое мышление. |
| Пара | IV | Воспитательная | Воспитывать любознательность и самостоятельность. |
| № занят. | 19 |

Подтвердите своё присутствие на занятии. Составьте конспект в соответствии с требованиями. Фото конспект отправьте на почту **elenabragina7@gmail.com** до 26.10.21 включительно. Работа должна быть выполнена в рамках рабочего времени, отведенного на занятие по математике.

**26.10**

**Основные понятия дифференциальных уравнений.**

**1) Мотивация изучения дифференциальных уравнений (ознакомиться).**

В математике дифференциальные уравнения занимают особое место. Математическое исследование самых разнообразных явлений, происходящих в природе, часто приводит к решению таких уравнений, поскольку сами законы, которым подчиняются те или иные явления, записываются в виде дифференциальных уравнений.

Первоначально дифференциальные уравнения возникли из задач [механики](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%85%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B0), в которых требовалось определить координаты [тел](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BB%D0%BE_%28%D1%84%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D0%BA%D0%B0%29), их [скорости](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) и [ускорения](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A3%D1%81%D0%BA%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5), рассматриваемые как функции [времени](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D1%80%D0%B5%D0%BC%D1%8F) при различных воздействиях. К дифференциальным уравнениям приводили также некоторые рассмотренные в то время геометрические задачи.

Основой теории дифференциальных уравнений стало дифференциальное исчисление, созданное  [Лейбницем](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B5%D0%B9%D0%B1%D0%BD%D0%B8%D1%86%2C_%D0%93%D0%BE%D1%82%D1%84%D1%80%D0%B8%D0%B4_%D0%92%D0%B8%D0%BB%D1%8C%D0%B3%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BC) и [Ньютоном](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%BE%D0%BD%2C_%D0%98%D1%81%D0%B0%D0%B0%D0%BA) (1642—1727). Сам термин «дифференциальное уравнение» был предложен в 1676 году Лейбницем.

Из огромного числа работ [XVIII века](https://ru.wikipedia.org/wiki/XVIII_%D0%B2%D0%B5%D0%BA) по дифференциальным уравнениям выделяются работы [Эйлера](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%B9%D0%BB%D0%B5%D1%80%2C_%D0%9B%D0%B5%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%B4) (1707—1783) и [Лагранжа](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B0%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BD%D0%B6%2C_%D0%96%D0%BE%D0%B7%D0%B5%D1%84_%D0%9B%D1%83%D0%B8) (1736—1813).

Новый этап развития теории дифференциальных уравнений начинается с работ [Анри Пуанкаре](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%83%D0%B0%D0%BD%D0%BA%D0%B0%D1%80%D0%B5%2C_%D0%90%D0%BD%D1%80%D0%B8) (1854—1912), созданная им «качественная теория дифференциальных уравнений» вместе с теорией функций комплексных переменных легла в основу современной [топологии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%BE%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D1%8F). Качественная теория дифференциальных уравнений, или, как теперь её чаще называют, [теория динамических систем](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BC%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0), сейчас активно развивается и имеет важные применения в естествознании.

**2) Изучение нового материала. Определим дифференциальные уравнения и их порядок (записать в конспект).**

**Дифференциальное уравнение** **(в дальнейшем ДУ)** - это уравнение, обязательно содержащее хотя бы одну производную функции или дифференциал функции и не обязательно саму функцию и независимую переменную.

**Порядок ДУ** определяется порядком старшей производной в уравнении.

**Например:**

у' + х = 2 - это ДУ 1-го порядка,

у'' - у' + у = 0 - это ДУ 2-го порядка,

у''' = 1 - это ДУ 3-го порядка.

**ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ! Во всех уравнениях присутствует хотя бы одна производная, сама функция у и независимая переменная х в записи уравнения могут отсутствовать.**

**3) Изучение нового материала. Определим решение дифференциального уравнения (ДУ) (записать в конспект).**

**Решением ДУ** называется любая функция y = f(x), при подстановке которой в уравнение будет получено тождество.

**Процесс нахождения** **решения ДУ** называется интегрированием дифференциального уравнения, график решения называют интегральной кривой.

Если функция, удовлетворяющая ДУ, задана неявно, то говорят об интеграле уравнения.

**ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ! Искомой величиной в ДУ является функция.**

**Уже сейчас мы можем решать простейшие задачи с дифференциальными уравнениями.**

**Пример 1.** Проверить, что функция у = является решением ДУ у'' + у = 0.

Для того, чтобы решить данное задание необходимо подставить предложенную функцию в уравнение и убедиться, что оно станет тождеством.

Для подстановки в дифференциальное уравнение **у'' + у = 0** предложенной функциимы имеем у = и дополнительно найдём у'', последовательно дифференцируя функцию у = :

у = ,

у' = -,

у'' = - .

Подставим в левую часть уравнения вместо у'' - , а вместо у :

у'' + у = 0,

- + = 0.

Сравним левую и правую часть уравнения:

0 = 0.

Мы получили тождество, а значит предложенная функция у = является решением ДУ у'' + у = 0.

**Пример 2.** Выяснить, является ли решением ДУ у' - 5 = 0 функция у = 5х + 2. Решить самостоятельно.

**Пример 3.** Выяснить, является ли решением ДУ у'' - у' = у функция у = х².

у'' - у' = у.

Найдём дополнительно и последовательно у' и у'':

у = х²,

у' = 2х

у'' = 2.

Подставим в левую часть уравнения вместо у'' число 2, вместо у' 2х:

у'' - у' = 2 - 2х.

В правую часть вместо у х²:

у = х².

Сравним левую и правую части:

2 - 2х ≠ х².

А это значит, что предложенная функция у = х² не является решением дифференциального уравнения у'' - у' = у.

**Пример 4.** Выяснить, является ли решением ДУ у'' - 3 = у функция у = 8х. Решить самостоятельно.

**4) Изучение нового материала. Рассмотрим виды решений ДУ и определим их (записать в конспект).**

**ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ! Решая ДУ, мы можем получить общее решение и частное решение.**

Решение ДУ, содержащее столько независимых произвольных постоянных, каков порядок уравнения, называют **общим решением этого уравнения.**

**Например:**

у = х² + 4х + С - это общее решение ДУ 1-го порядка (С одно),

у = х³ - х + - это общее решение ДУ 2-го порядка (имеем и ).

Геометрически общее решение ДУ определяет семейство кривых.

При наличии начальных условий вида у() = , или х =у = или (),

кроме общего решения ДУ, мы можем найти **частное решение ДУ** или, говорят, **решить задачу Коши**.

Общее решение находим первым, а частное можем найти только при наличии начальных условий.

**Пример 5.** Зная общее решение у = х² + С ДУ и начальные условия у(1) = 2, найти частное решение ДУ.

Возьмём общее решение и начальные условия:

у = х² + С, у(1) = 2.

Подставим в общее решение вместо у число 2, а вместо х число 1:

2 = 1² + С.

Поменяем местами левую и правую часть уравнения (знаки не меняются, если замена полная):

1² + С = 2.

Решим простейшее линейное уравнение относительно переменной С:

С = 2 - 1²,

С = 1.

Вернёмся в общее решение ДУ и заменим С на полученное значение:

у = х² + 1.

Мы получили частное решение или решили задачу Коши.

**Пример 6.** Зная общее решение у = 4х + С ДУ и начальные условия у(-5) = -3, найти частное решение ДУ.

**ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ! В записи общего решения дифференциального уравнения мы имеем множество решений благодаря наличию постоянных, которые можно заменять числовыми значениям, а частное решение - это одно решение из множества.**

**5) Домашнее задание: изучить и составить конспект, решить задание:**

**зная общее решение ДУ у = - + 2х + С и начальные условия (-3;-2), найти частное решение ДУ.**